4éme Tec et Sci

Série de Révision N°2
Probabilités

EXERCICE N°1 :

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple constitué de six questions ; chacune comporte trois réponses, une seule est exacte. On notera sur la copie uniquement la lettre correspondant â la réponse choisie.

Un lecteur d'une bibliothèque est passionné de romans policiers et de biographie. Cette bibliothèque lui propose 150 romans policiers et 50 biographies.

40% des écrivains de romans policiers sont français et 70% des écrivains de biographies sont français. Le lecteur choisit un livre au hasard parmi les 200 ouvrages.

1/ La probabilité que le lecteur choisisse un roman policier est :

a 0,4   b 0,75   c 0,2

2/ Le lecteur ayant choisi un roman policier, la probabilité que l'auteur soit français est :

a 0,3   b 0,8   c 0,4

3/ La probabilité que le lecteur choisisse un roman policier français est :

a 1,15   b 0,4   c 0,3

4/ La probabilité que le lecteur choisisse un livre d'un écrivain français est :

a 0,9   b 0,7   c 0,475

5/ La probabilité que le lecteur ait choisi un roman policier sachant que l'écrivain est français est : a 4/150   b 12/19   c 0,3

6/ Le lecteur est venu 20 fois à la bibliothèque. La probabilité qu'il ait choisi au moins un roman policier est :

a $1-(0.25)^{20}$ b 20×0.75 c $0.75\times(0.25)^{20}$

EXERCICE N°2 :

Un QCM comporte quatre questions.

A chaque question, trois réponses sont proposées dont une seule est exacte.

3omda répond à chacune des quatre questions.

Pour chaque questions, soit il connait la réponse et répond de façon exacte, soit il ne connait pas, et dans ce cas, il répond au hasard.

On suppose de plus, que la probabilité que 3omda connaisse la réponse à une question donnée est égale à 1/2.

On considère les événements C″ 3omda connait la réponse ″ et J″ la réponse est juste ″ .

1/ a- 3omda répond à une question du QCM. Construire un arbre de choix décrivant la situation.

b- Montrer que p(J) = 2/3.

c- Calculer la probabilité que 3omda connaisse la réponse sachant que sa réponse est juste.

2/ On attribue la note 1 à toute réponse juste et la note (-0.5) à toute réponse fausse.

Si le total des points est négatif, la note globale attribué au QCM est 0.

Soit X la note obtenue par 3omda à ce QCM.

a- Déterminer la loi de probabilité de X.

b- Quelle est la probabilité que 3omda ait au moins 2 points à ce QCM?

c- Supposant que tout les élèves se comportent comme 3omda. Quelle moyenne (arrondie à l'unité) peut-on attendre de à ce QCM?

EXERCICE N°3 :

On lance deux fois de suite un dé cubique parfait dont les faces sont numérotées :
-1, -1, -1, 0, 1, 1.

1/ Calculer la probabilité des événements suivants :

A ″ Obtenir deux numéros différents ″   B ″ Obtenir une somme nulle ″

C ″ Les deux numéros sont égaux et leur somme est nulle ″

D ″ Les deux numéros sont égaux ou leur somme est nulle ″

2/ On note a et b les deux numéros obtenus respectivement au premier et au deuxième lancer du dé. Calculer la probabilité des événements suivants :

E ″ $a^2 + b^2 = 1$ ″

F ″ Les plans P : $ax + by + z - 1 = 0$ et Q : $bx + ay - 2z + 3 = 0$ sont perpendiculaires ″

EXERCICE N°4 :

Un fabricant d'écran plasma teste une première fois ses appareils la sorties de la chaînes de fabrication. Si le test est positif, l'écran est acheminé chez le client , si non
L'écran retourne en usine où il est réparé puis testé une seconde fois. Si ce deuxième test est positif, l'écran est acheminé chez le client ,si non il est détruit.
Une étude statistique a permis de montrer que le test est positif pour 70% des écrans neufs sortis directement des chaînes de fabrication, mais que parmis les écrans réparés
Seulement 65% d'entre eux passent le second test avec succès.
On note les évènements T_1 " le premier test est positif " et C " l'écran est acheminé chez le client " .

1/ On choisit un écran au hasard à la sortie de la chaîne de fabrication.
Déterminer $p(T_1)$ et p(C).

2/ La fabrication d'un écran revient à 1000D au fabricant si l'écran n'est testé qu'une seule fois. Cela lui coûte 50 D de plus si l'écran doit être testé une seconde fois.
Un écran est facturé au prix a D au client (a un réel positif).
On introduit la variable aléatoire X qui, à chaque écran fabriqué, associe le « gain »
(Ce gain peut être éventuellement négatif) réalisé par le fabricant.
a- Déterminer la loi de probabilité de X.
b- Exprimer l'espérance de X en fonction de a.
c- A partir de quelle valeur de a, l'entreprise peut-elle espérer réaliser des bénéfices.

EXERCICE N°5 :

Une petite entreprise de textile commercialise des pantalons et des chemises.
Quand un client se présente, il achète au plus un pantalon et une chemise.

1/ La probabilité pour qu'un client achète un pantalon est 0.2
La probabilité pour qu'un client achète la chemise quand il a acheté le pantalon est 0.7
La probabilité qu'un client achète la chemise quand il n'a pas acheté le pantalon est 0.1
a- On note P l'événement ″ un client achète le pantalon ″.
On not C l'événement ″ un client achète la chemise ″.
Construire un arbre de probabilité décrivant la situation.
b- Montrer que la probabilité de l'événement ″$P \cap C$″ est égale à 0.14
c- Calculer la probabilité de l'événement C.
d- Calculer la probabilité pour qu'un client achète le pantalon quant il a acheté la chemise.

2/ Le pantalon est vendue 125 DT et la chemise 45 DT.
a- Soit X la variable aléatoire qui prend pour valeurs les dépenses d'un client.
Déterminer les valeurs prises par X puis la loi de probabilité de X.
b- Calculer l'espérance mathématique de X.

3/ On rappelle que la probabilité ″un client achète l'ensemble pantalon et chemise est 0.14″
On choisit trois clients au hasard. On suppose que le nombre de clients est suffisamment grand pour que ce choix soit assimilé à un tirage successive avec remise.
Quelle est la probabilité qu'un seul client ait acheté un ensemble pantalon et chemise.

EXERCICE N°6 :

Une urne contient 8 boules indiscernables au toucher.
3 rouges numérotés : 1, 0, 2 et 5 noires numérotés : 1, 1, 0, 0, 0.
Une épreuve consiste à tirer successivement et sans remise 3 boules de l'urne.

1/ Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :
A″ Obtenir 3 boules de même couleurs ″ B″ Obtenir 3 boules portant des numéros pairs ″
C″ Obtenir 3 boules portant des numéros pairs sachant qu'elles sont de mêmes couleurs″
D″ La première boule rouge obtenue apparaît au troisième tirage ″
E ″ Obtenir un produit égal à 0 ″

2/ On dispose d'une pièce de monnaie truquée tel que P(face) = 3/4.
On considère l'épreuve suivante : on lance la pièce de monnaie :

- Si le coté visible est 'face', on ajoute 4 boules rouges dans l'urne.
- Si le coté visible est 'Pile', on ajoute 3 boules rouges dans l'urne.

On tire au hasard une boule de l'urne. Quelle est la probabilité d'obtenir une boule rouge.

EXERCICE N°7 :

Une usine fabrique des pièces pour l'industrie électronique. On considère dans la suite de l'exercice que 5% des pièces fabriqués sont défectueuses .

1/ On prélève au hasard un échantillon de 4 pièces, les prélèvement sont indépendants les un des autres. Quelle est la probabilité d'avoir au moins une pièce défectueuse .

2/ Chaque pièce est soumis a un contrôle automatisé de fabrication. La probabilité qu'une pièce défectueuse soit accepté égale à 0,01 et la probabilité qu'une pièce non défectueuse soit rejetée est égale à 0,03.

On note : D l'évènement " la pièce est défectueuse" et
A l'évènement " la pièce est acceptée".

a- Construire un arbre pondéré décrivant cette situation .

b- Calculer la probabilité des évènements suivants :
" la pièce est rejetée et défectueuse " " la pièce est rejetée "

c- Une pièce est rejetée. Quelle est la probabilité qu'elle ne présente pas de défaut ?

d- Une pièce est acceptée. Quelle est la probabilité qu'elle soit défectueuse ?

3/ On suppose que la durée de vie T (en années) d'une pièce suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0{,}01$.

a- Calculer la probabilité que la durée de vie d'une pièce soit supérieure à 10 ans.

b- Sachant que la pièce fabriquée est encore en état de fonctionnement 10 ans après son installation, quelle est la probabilité que sa durée de vie ne dépasse pas 15 ans

EXERCICE N°8 :

Une entreprises vend des calculatrices d'une certaines marque. Le service après-vente s'est aperçu qu'elles pouvaient présenter deux types de défaut, l'un lié au clavier et l'autre à l'affichage.

Des études statistiques ont permis à l'entreprise d'utiliser la modélisation suivante :

- La probabilité pour une calculatrice tirée au hasard de présenter un défaut de clavier = 0.04
- En présence du défaut de clavier , la probabilité que la calculatrice soit en panne d'affichage est égale à 0,03.
- Alors qu'en l'absence de défaut de clavier, la probabilité de ne pas présenter de défaut d'affichage est de 0,94.

On note C l'évènement " la calculatrice présente un défaut de clavier "
A l'évènement " la calculatrice présente un défaut d'affichage "

1/ a- Préciser à l'aide de l'énoncé les probabilités suivantes : P(A/C) , P(A/C) et P(C).

b- Construire un arbre pondéré décrivant cette situation.

2/ On choisit une calculatrice de cette marque au hasard.

a- Calculer la probabilité pour que la calculatrice présente les deux défauts.

b- Calculer la probabilité pour que la calculatrice présente le défaut d'affichage mais pas le défaut de clavier .

c- En déduire P(A).

d- Montrer que la probabilité de l'évènement D" la calculatrice est de fabrication défectueuse" est égale à 0,0976.

3/ Trois clients achètent de manière indépendante une calculatrice de cette marque.

a- Calculer la probabilité pour qu'au moins une calculatrice soit sans défaut.

b- Calculer la probabilité pour qu'une seule calculatrice soit sans défaut.